

1. DOMAČA NALOGA

Če želite pisati 1. kolokvij, ki bo v petek, 19.11.2004, morate oddati domače naloge najkasneje do torka, 16.11.2004. Naloge oddate vratarici na Jadranski 19 ali meni osebno. Za gotovo bom v svojem kabinetu v torek, 16.11.2004, od 11^h do 13^h.

1. Pokaži, da je za vsako naravno število n izraz $3 \cdot 7^{2n-1} + 9^n$ deljiv s 5!
2. Množico $A = \{x \in \mathbb{R}; |2 - |x + 1|| < 1\}$ zapiši kot unijo intervalov!
3. Naj bo $a_0 = 1$ in $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$. Pokaži, da je zaporedje monotono in omejeno! Nato izračunaj limito zaporedja!
4. Izračunaj limiti!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^{n+1} + 2 \cdot 3^{2n}}{2 \cdot 5^{n+3} + 3^{2n+1}}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n+3} \right)^{(\sqrt{n^4+n^3}-n^2)}$$

5. Za katera realna števila x vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

konvergira?

6. Naj bo

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 3x + 2}.$$

Določi ničle, pole in asimptoto funkcije f . Nato skiciraj njen graf!

7. Naj bo

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}.$$

Določi definicijsko območje D_f in zalogo vrednosti Z_f funkcije f . Ali je funkcija $f: D_f \rightarrow [0, \infty)$ injektivna ali surjektivna? Če obstaja inverz funkcije $f: D_f \rightarrow Z_f$ ga izračunaj, če ne, napiši, zakaj ne!

REŠITVE 1. DOMAČE NALOGE

2. $A = \{x \in \mathbb{R}; |2 - |x + 1|| < 1\} = (-4, -2) \cup (0, 2)$

3. Naj bo $a_0 = 1$ in $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$.

Zaporedje je strogo naraščajoče in leži na intervalu $[1, 2]$, zato je omejeno. Limita zaporedja je 2.

4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^{n+1} + 2 \cdot 3^{2n}}{2 \cdot 5^{n+3} + 3^{2n+1}} = \frac{2}{3}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n+3} \right)^{(\sqrt{n^4+n^3}-n^2)} = e^{\frac{1}{2}}$$

5. Vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

konvergira za $x \in [-1, 1)$.

6. Naj bo

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 3x + 2}.$$

Niçli: $x = 0$ (dvojna) ter $x = -1$

Pol: $x = 1$ ter $x = 2$

Asimptota: $y=x+4$, graf seka asimptoto v točki $x = \frac{4}{5}$.

7. Naj bo

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}.$$

Definicijsko območje $D_f = (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$ in zaloga vrednosti $Z_f = [0, 1) \cup (1, \infty)$. Funkcija $f: D_f \rightarrow [0, \infty)$ je injektivna ni pa surjektivna. Inverz funkcije $f: D_f \rightarrow Z_f$ obstaja (ker je funkcija bijektivna) in je enak $f^{-1}(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

2. DOMAČA NALOGA

Če želite pisati 2. kolokvij, ki bo v petek, 14.1.2005, morate oddati domače naloge najkasneje do torka, 11.1.2005. Naloge oddate vratarici na Jadranski 19 ali meni osebno. Za gotovo bom v svojem kabinetu v torek, 11.1.2005, od 11^h do 13^h.

1. Naj bo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3 & ; x \geq 1 \\ x - 5 & ; x < 1 \end{cases}.$$

Izračunaj $f^{-1}(x)$ in $f^2(x)$!

2. Določi definicijsko območje funkcije $f(x) = \arccos \frac{x-2}{2x-2}$ in skiciraj njen graf.

3. Izračunaj limite!

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{2x+7}}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(3\pi x)}{x-1}$$

$$\lim_{x \uparrow -2} \arctan \frac{x}{2+x}$$

4. Določi realni števili a in b tako, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x+1}{x} & ; x < 0 \\ a \cos x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ e^{\frac{1}{1-x}} + b & ; x > 1 \end{cases}$$

zvezna.

5. Določi tangento in normalo na krivuljo $f(x) = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4})$ v točki $x = 0$.

6. Naj bo

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 1).$$

Določi njene ničle, lokalne ekstreme, intervale naraščanja in padanja, prevojne točke ter intervale konveksnosti in konkavnosti!

3. DOMAČA NALOGA

Če želite pisati 3. kolokvij, ki bo v torek, 5.4.2005, morate oddati domače naloge najkasneje do ponedeljka, 4.4.2005, do 12^h. Naloge oddate vratarici na Jadranski 19 ali meni osebno. Za gotovo bom v svojem kabinetu v ponedeljek, 4.4.2005, od 11^h do 12^h.

1. Naj bo $r = 2 \sin(2\varphi + \frac{\pi}{6})$. Izračunaj tangente na krivuljo v točkah, ki so od koordinatnega izhodišča oddaljene za 1.

2. Elipsi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

včrtaj pravokotnik, ki ima vse stranice vzporedne koordinatnima osema, z največjo ploščino.

3. Izračunaj limiti!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cot x$$

$$\lim_{x \downarrow 0} x^{\sin x}$$

4. Razvij funkciji e^{x^2} in $\cos 2x$ v Taylorjevo vrsto okrog točke 0. S pomočjo teh razvojev izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - x^2}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}.$$

5. Izračunaj integrale!

$$\begin{array}{ll} \int \frac{dx}{(\ln^2 x + 1)x} & \int x \arccos x dx \\ \int \frac{e^{3x} + e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx & \int \frac{\cos(2x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx \end{array}$$

4. DOMAČA NALOGA

Če želite pisati 4. kolokvij, ki bo v petek, 20.5.2005, ob 10^h v predavalnici P3, morate oddati domače naloge najkasneje do torka, 17.5.2005. Naloge oddate vratarici na Jadranski 19 ali meni osebno. Za gotovo bom v svojem kabinetu v torek, 17.5.2005, od 10^h do 11^h.

1. Izračunaj ploščino likov

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid y \leq |x|, y \leq \frac{2}{x^2 + 1}\} \quad \text{in}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid y \geq |x|, y \leq \frac{2}{x^2 + 1}\}$$

2. Naj bo $r(\varphi) = 1 + \sin \varphi$. Izračunaj dolžino krivulje in ploščino lika, ki ga krivulja omejuje.
3. Izračunaj prostornino in površino telesa, ki nastane pri rotaciji kroga $x^2 + (y - 2)^2 \leq 1$ okrog x -osi.
4.
 - i) Zapiši enačbo ravnine Σ , ki vsebuje točke $A(1, 3, 2)$, $B(-1, 0, 2)$ in $C(0, 0, 1)$.
 - ii) Ali premica p podana z enačbo $\frac{x-1}{3} = 1 - y = \frac{z-2}{2}$ seka ravnino Σ ?
 - iii) Izračunaj oddaljenost koordinatnega izhodišča od premice p in od ravnine Σ .
 - iv) Določi pravokotno projekcijo točke $D(1, 1, 1)$ na ravnino Σ .